ROYAUME DU MAROC

المملكة المغربية

Ministère de l'Enseignement Supérieur, de la Recherche Scientifique
et de la Formation des Cadres



Présidence du concours National commun
Ecole Nationale Supérieure de l'Informatique et d'Analyse des Systèmes



CONCOURS NATIONAL COMMUN

d'admission dans les Établissements de Formation d'Ingénieurs
et Établissements Assimilés

Session 2012

ÉPREUVE DE PHYSIQUE II

Filière : MP

Durée 4 heures

Cette épreuve comporte 7 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est autorisé

L'énoncé de cette épreuve comporte 7 pages.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références *des questions abordées.*

L'épreuve est constituée de deux problèmes totalement indépendants.

Dans les applications numériques, qui ne doivent pas être négligées, une attention particulière sera prêtée au nombre de chiffres à utiliser pour afficher les résultats. Ce nombre, qui dépend en général du niveau de précision recherché, ne doit en aucun cas dépasser le nombre de chiffres significatifs permis par les données. La valeur numérique de toute grandeur physique doit être accompagnée de son unité dans le système international des unités (SI).

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Premier problème
Champ magnétique et induction

Données utiles :

- Expressions du rotationnel en coordonnées cylindriques (r, θ, z) d'un vecteur $\vec{U}$:

$$\overrightarrow{rot}\vec{U} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial U_z}{\partial \theta} - \frac{\partial U_\theta}{\partial z}\right)\vec{u}_r + \left(\frac{\partial U_r}{\partial z} - \frac{\partial U_z}{\partial r}\right)\vec{u}_\theta + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial r U_\theta}{\partial r} - \frac{\partial U_r}{\partial \theta}\right)\vec{u}_z$$

- $I = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(1+x^2)^5} = \frac{5\pi}{128}$

1ère partie
Magnétostatique dans le vide

Cette partie est consacrée à l'étude des propriétés générales du champ magnétiques $\vec{B}$.

1.1. Équations de Maxwell

1.1.1. Rappeler les équations de MAXWELL de l'électromagnétisme dans le vide en présence d'une répartition volumique de charges électriques de densité ρ et de courants de densité $\vec{j}$.

1.1.2. Que deviennent ces équations en régime stationnaire indépendant du temps ?

1.2. Loi de Biot et Savart et symétries

1.2.1. Donner l'expression du champ magnétique $\vec{B}$ créé dans le vide par une répartition volumique de courants stationnaires de densité $\vec{j}$. Que devient cette expression pour une répartition linéique de courant ?

1.2.2. Si la répartition de courants admet un plan de symétrie (P), quelle sera la direction du champ magnétique $\vec{B}$ en un point de ce plan ?

1.2.3. Même question si (P) est un plan d'antisymétrie de la répartition de courants.

Les questions suivantes concernent la forme intégrale des équations de MAXWELL et les relations de passage à la traversée d'une surface (Σ) déduites de ces formes intégrales.

1.3. Flux du champ magnétique

1.3.1. Quelle est la propriété fondamentale du flux du champ magnétique $\overrightarrow{B}$? Donner l'expression intégrale qui exprime cette propriété.

1.3.2. En déduire une relation de passage de $\overrightarrow{B}$ de part et d'autre d'une surface (Σ).

1.3.3. Existe-t-il des monopôles magnétiques (charges magnétiques libres isolées qui seraient l'équivalent des charges électriques) ? Conclure sur la forme des lignes de champ magnétique.

1.4. Circulation du champ magnétique

1.4.1. A partir des équations de MAXWELL, établir le théorème d'AMPÈRE. Est-il toujours valable dans le cas des régimes dépendants du temps ?

1.4.2. Établir la seconde relation de passage de $\overrightarrow{B}$ de part et d'autre d'une surface (Σ) parcourue par un courant surfacique $\overrightarrow{j}_s$.

1.5. Champ et potentiel créés par un dipôle magnétique

Le potentiel vecteur créé par un dipôle magnétique de moment $\overrightarrow{\mathcal{M}} = \mathcal{M}\overrightarrow{u}_z$, en un point M (figure 1, est donné par l'expression :

$$\overrightarrow{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\overrightarrow{\mathcal{M}} \times \overrightarrow{OM}}{OM^3} \qquad (1)$$

1.5.1. Quelle est la relation entre un potentiel-vecteur et le champ magnétique qui lui est associé ?

1.5.2. En déduire l'expression du champ magnétique $\overrightarrow{B}$ créé par le dipôle magnétique en un point M repéré par (r, θ, z) dans le système de coordonnées cylindrique d'axe Oz .

2ème partie
Étude de la chute d'un aimant dans un cylindre métallique

On considère un aimant permanent, de moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}} = \mathcal{M}\overrightarrow{u}_z$, qui tombe à l'intérieur d'un cylindre métallique creux, d'épaisseur e faible devant le rayon moyen a. Le cylindre métallique est vertical, son extrémité supérieure est placée en $z = 0$ et sa longueur est $L \gg a$ (figure 2). L'aimant est de forme cylindrique de rayon légèrement inférieur à celui du cylindre métallique et de longueur $l \ll L$.

On suppose que, durant le mouvement de chute, le moment magnétique de l'aimant reste toujours vertical et dirigé vers le bas. La conductivité électrique du métal est σ. L'abscisse de l'aimant au cours de la chute est notée $z_A(t)$, l'axe Oz étant orienté suivant la verticale descendante. Les frottements de l'air sont négligés. On suppose de plus que le champ magnétique créé par l'aimant n'est pas perturbé par la présence du cylindre.

Pour les applications numériques, on prendra : $a = 1\,cm$; $e = 1\,mm$; $\mathcal{M} = 0,6\,A.m^2$; $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\,H.m^{-1}$ et $g = 9,81\,m.s^{-2}$.

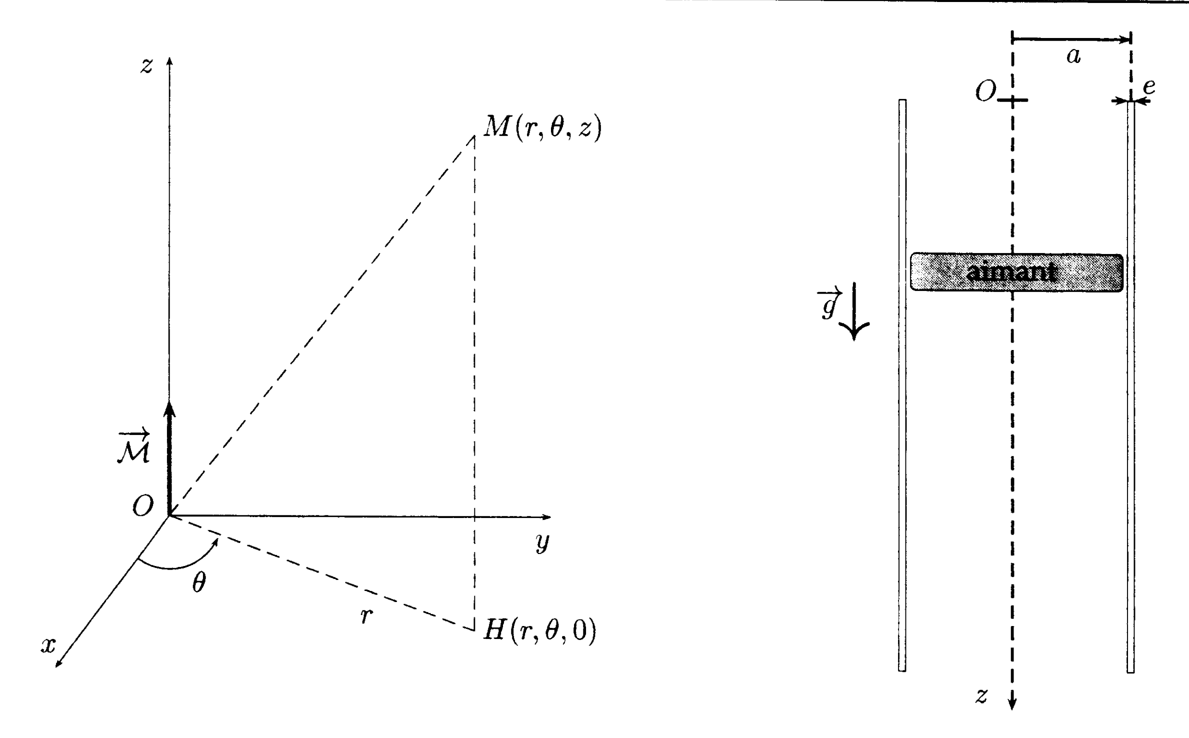


Figure 1: Dipole magnétique.

Figure 2: Chute d'un aimant dans un conducteur métallique.

2.1. Courant induit dans le conducteur

2.1.1. En utilisant la relation (1), donner l'expression du potentiel vecteur $\vec{A}(M)$ créé par l'aimant en un point M de côte z du conducteur. Justifier que ce potentiel dépend du temps.

2.1.2. Déterminer l'expression du champ électrique $\vec{E}(M)$ induit par les variations du potentiel vecteur $\vec{A}(M)$. On notera v la vitesse de chute de l'aimant.

Puisque $e \ll a$, on supposera dans la suite que ce champ est uniforme sur l'épaisseur du métal.

2.1.3. En déduire l'expression de la densité volumique du courant induit $\vec{j}$ ainsi créée dans le conducteur. On suppose que la loi d'OHM locale est vérifiée dans le conducteur.

2.2. Force exercée par le conducteur sur l'aimant

Soit $\vec{F}$ la force exercée par le conducteur sur l'aimant et F_z sa projection sur l'axe Oz.

2.2.1. Exprimer la force élémentaire $d^2\vec{F}$ exercée par un élément de volume $d^2V = e\,ad\theta dz$ du conducteur sur l'aimant. En déduire la projection sur Oz de la résultante dF_z créée par une couronne d'épaisseur dz du conducteur.

2.2.2. Déterminer la force de freinage exercée par le conducteur sur l'aimant. Montrer qu'elle est du type $\vec{F} = -\alpha\vec{v}$. Justifier l'utilisation de l'intégrale I donnée au début de l'énoncé et donner l'expression approchée de α.

2.2.3. Calculer la valeur numérique de α pour un le cuivre : $\sigma = 5,8.10^7\ S.m^{-1}$.

2.3. Étude du mouvement de chute de l'aimant dans le conducteur métallique

L'aimant de masse $m = 2\,g$ est lancé dans le conducteur métallique, de longueur $L = 1,5\,m$, à l'instant $t = 0$ en $z = 0$ sans vitesse initiale.

2.3.1. Écrire l'équation différentielle du mouvement de l'aimant. Exprimer la vitesse de l'aimant $v(t)$ et sa position $z_A(t)$.

2.3.2. Montrer que l'aimant atteint une vitesse limite v_l avec un temps caractéristique du régime transitoire τ. Donner l'expression de v_l et τ en fonction de α, m et g.

2.3.3. Calculer numériquement v_l, τ et $z_A(\tau)$ en utilisant la valeur de α trouvée à la question 2.2.3., ou à défaut en prenant $\alpha = 0,15\,kg.s^{-1}$. Commenter.

2.3.4. En déduire le temps de chute total T de l'aimant dans le conducteur et le comparer à celui T' de sa chute dans un tube de verre de mêmes caractéristiques géométriques. Commenter.

2.3.5. Proposer une application de ce dispositif.

Deuxième problème
Thermodynamique : Étude d'un moteur thermique

Dans tout le problème, les gaz, quels qu'ils soient, sont assimilés à des gaz parfaits de rapport $\gamma = 1,4$. On prendra pour la valeur de la constante des gaz parfaits : $R = 8,314\,J.K^{-1}.mol^{-1}$.

1ère partie
Généralités sur les moteurs thermiques

En 1824, CARNOT postulait le principe suivant : *pour qu'un système décrive un cycle moteur, il doit nécessairement échanger de l'énergie avec au moins deux sources à des températures différentes.*

1.1. Justifier le fait qu'un cycle monotherme ne puisse être moteur.

1.2. On considère un système décrivant un cycle moteur ditherme. La machine reçoit de la source chaude S_1, à la température T_1, le transfert thermique Q_1 et de la source froide S_2, de température T_2, le transfert thermique Q_2.

1.2.1. Dans quels sens s'effectuent les transferts thermiques ? Quels sont les signes de Q_1 et Q_2 ? Justifier.

1.2.2. A quelle condition le rendement d'un tel moteur est-il maximal ? Le définir et exprimer le rendement maximal en fonction de T_1 et T_2.

1.3. Dans le cas où le cycle décrit n'est pas réversible :

1.3.1. Exprimer l'entropie créée S_c sur un cycle en fonction de Q_1, Q_2,T_1 et T_2.

1.3.2. Déterminer alors le rendement du moteur en fonction de T_1 , T_2, Q_1 et S_c. Commenter.

$2^{\text{ème}}$ partie

Étude d'un moteur à combustion interne à allumage commandé

Pour simplifier, on suppose que le moteur est constitué d'un seul cylindre. Les contraintes de fabrication et d'utilisation imposent de ne pas dépasser une pression de 50 bars dans le cylindre.

Le moteur étudié est un moteur à combustion interne à allumage commandé. Le cycle thermodynamique effectué par ce moteur peut être représenté de manière approchée par le cycle dit de BEAU DE ROCHAS. Ce cycle est formé par l'ensemble des transformations subies par le fluide constitué du mélange d'air et de carburant.

Le mélange gazeux constitué d'air et de $n = 8.10^{-5} mol$ de carburant est admis de façon isobare à la pression P_A dans le cylindre à travers la soupape d'admission. Cette soupape est refermée par la suite. Le mélange air-carburant se trouve alors dans les conditions : $V_A = 0,5\,L$, $P_A = 1 bar$, $T_A = 300\,K$.

Ensuite, ce mélange subit dans le cylindre les transformations suivantes :

- $A \to B$: compression adiabatique tenant compte des irréversibilités internes du moteur ;
- $B \to C$: une étincelle provoque la combustion isochore instantanée de tout le mélange air-carburant. Il en résulte une compression à volume constant du fluide ;
- $C \to D$: détente adiabatique ;
- $D \to A$: refroidissement à volume constant du fluide, la pression chute à cause de l'ouverture du cylindre vers l'extérieur.

A la fin du cycle, les gaz sont refoulés vers l'extérieur à la pression constante P_A : c'est l'échappement.

Ces transformations sont représentées sur la figure 1 en diagramme (V, P) et sur la figure 2 en diagramme (S, T). S désigne l'entropie du mélange gazeux.

Les transformations $A \to B_s$ et $C \to D_s$ représentent respectivement une compression et une détente adiabatiques réversibles. Tandis que $A \to B$ et $C \to D$ représentent respectivement la compression et la détente adiabatiques qui tiennent compte des irréversibilités interne du moteur.

On note n_A la quantité de matière du fluide effectuant le cycle et C_v sa chaleur spécifique molaire à volume constant. Dans toute l'étude de ce modèle de moteur à explosion, on suppose constante la quantité de matière totale de gaz n_A.

On note $r = \dfrac{V_A}{V_B}$ le taux de compression du gaz dans le cylindre. Pour les deux processus adiabatiques réversibles, on définit les rendements de compression η_c et de détente η_d par les relations suivantes :

$$\eta_c = \frac{T_{Bs} - T_A}{T_B - T_A} \text{ et } \eta_d = \frac{T_D - T_C}{T_{Ds} - T_C}$$

Ces deux coefficients seront utilisés pour décrire l'irréversibilité des processus. Pour les applications numériques, on prendra $\eta_c = \eta_d = 0,95$.

2.1. Étude du cycle réversible du moteur à explosion

Dans cette section, les transformations seront considérées comme mécaniquement réversibles. De point de vue énergétique, les étapes d'admission et de refoulement se compensent. On raisonnera donc sur le système fermé effectuant le cycle AB_sCD_s.

2.1.1. Calculer n_A, le nombre de moles de gaz (air-carburant) initialement admis dans le cylindre.

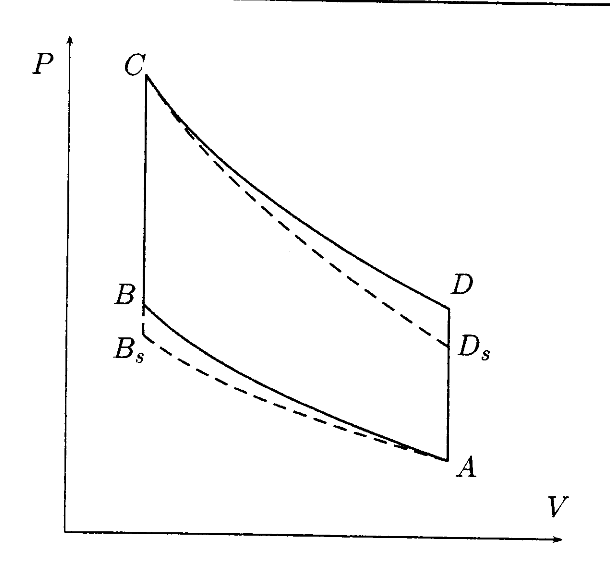


Figure 1: Diagrammes (V,P) du cycle BEAU DE ROCHAS.

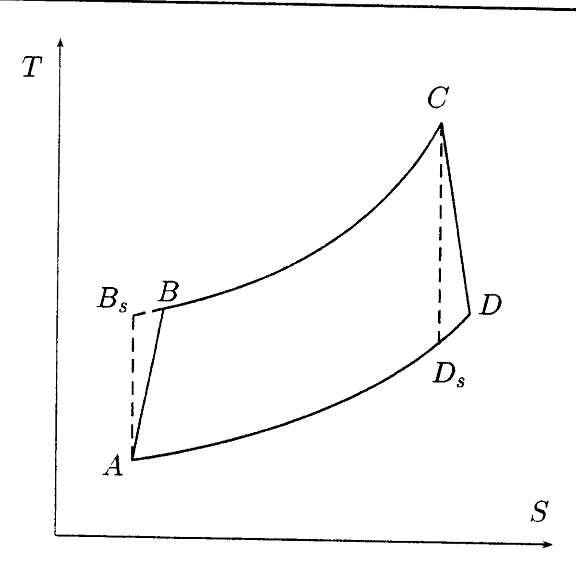


Figure 2: Diagrammes (S,T) du cycle BEAU DE ROCHAS.

2.1.2. Déterminer la relation entre les températures T_A et T_{Bs}, et les volumes V_A et V_B. En déduire l'expression de la température T_{Bs} du mélange dans l'état B_s.

2.1.3. Le mélange air-carburant s'enflamme spontanément à $330°C$, ce que l'on souhaite éviter. Calculer le taux de compression $r = V_A/V_B$ maximal permettant d'éviter cet autoallumage entre A et B.

Par la suite, on prendra $r = 5$ et on considèrera que le mélange gazeux effectue le cycle $ABCD$.

2.2. Calcul des températures du cycle réél $ABCD$

2.2.1. Montrer que l'on a l'égalité :

$$T_C.T_A = T_{Bs}.T_{Ds} \tag{2}$$

2.2.2. Montrer que la température T_B est liée à T_A par la relation : $T_B = T_A\left(1 + \frac{1}{\eta_c}\left(r^{\gamma-1} - 1\right)\right)$

2.2.3. On note $\mathcal{P}_{cal}$ le pouvoir calorifique du carburant utilisé et on néglige les fuites thermiques au niveau du piston. Pour les applications numériques on prendra : $\mathcal{P}_{cal} = 4200\,kJ.mol^{-1}$.

2.2.3.1. Donner l'expression de l'énergie thermique Q_{BC} échangée par le fluide au cours de la transformation $(B - C)$, en fonction de n_A, C_v et des températures T_B et T_C aux points B et C respectivement.

2.2.3.2. Montrer que :

$$T_C = T_B + \frac{n\mathcal{P}_{cal}}{n_A C_v}$$

n est la quantité de matière du carburant admise par cycle.

2.2.4. Montrer que : $T_D = T_C\left(1 + \eta_d\left(\frac{1}{r^{\gamma-1}} - 1\right)\right)$.

2.2.5. **Application numérique** : Calculer T_B, T_C et T_D.

2.2.6. Calculer la pression P_C au point C. Respecte-t-on la contrainte de pression mentionnée en introduction ?

2.3. Effets des frottements sur le piston du cylindre

Pour tenir compte des effets du frottement sur la puissance mécanique développée par le moteur, nous considérons que le piston est soumis dans son mouvement à une force de frottement visqueux $\vec{f} = -\mu\,\vec{v}$, où μ désigne le coefficient de frottement et $\vec{v}$ la vitesse de déplacement du piston.

2.3.1. Écrire l'expression de la puissance mécanique instantanée associée à la force de frottement $\vec{f}$.

2.3.2. Le moteur effectue N cycles par seconde, en plus des phases d'admission et d'échappement. Le piston se déplace sur une longueur L à l'intérieur du cylindre. Déterminer l'expression de la vitesse moyenne v_m du piston en fonction de N et L.

2.3.3. En déduire l'expression de la puissance moyenne $\mathcal{P}_f$ de la force de frottement en fonction de μ, N et L.

2.4. Détermination de la puissance mécanique utile

2.4.1. Donner l'expression de l'énergie thermique Q_{DA} échangée par le fluide au cours de la transformation $(D - A)$, en fonction de n_A, C_v et des températures T_A et T_D aux points A et D respectivement.

2.4.2. En appliquant le premier principe de la thermodynamique, déterminer l'expression du travail W échangé par le fluide au cours d'un cycle.

2.4.3. Montrer que la puissance mécanique développée par le moteur a pour expression :

$$\mathcal{P}_m = N\,n_A\,C_v\,(T_C - T_B + T_A - T_D) - 16\,\mu\,(N\,L)^2 \qquad (3)$$

N est le nombre de cycles effectués par le moteur dans une unité de temps.

2.4.4. Définir le rendement thermique η du moteur et déterminer son expression en fonction des paramètres du problème.

2.5. Effets de la vitesse de rotation du moteur N

Pour les applications numériques, on prendra : $L = 6\,cm$ et $\mu = 12\,kg.s^{-1}$.

2.5.1. Tracer l'allure de la puissance mécanique développée par le moteur en fonction du nombre de tours N.

2.5.2. Pour quelle valeur N_M de N la puissance développée par le moteur est-elle maximale ? Déterminer les valeurs numériques de N_M et de la puissance mécanique $\mathcal{P}_m$ correspondante.

2.5.3. Tracer l'allure des variations du rendement η du moteur avec N. Détermine la valeur numérique de ce rendement pour $N = N_M$. Conclure.

FIN DE L'ÉPREUVE